

MODULE AP1 : CONTRÔLE DE MÉCANIQUE I

DURÉE : 1H

N.B : LA JUSTIFICATION DE RÉPONSES ET LA CLARTÉ DE LA RÉDACTION SERONT NOTÉES SUR 1 POINT.

♣ DOCUMENTS NON AUTORISÉS ♣

Temps de réponse estimé : [T.R.E]

QUESTIONS DE COURS : [T.R.E : 10 min]

Soient deux référentiels $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et $\mathcal{R}'(O', \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$ tels que \mathcal{R}' est en mouvement de rotation quelconque par rapport \mathcal{R} .

On rappelle l'expression analytique de l'accélération d'entraînement :

$$\vec{a}_e = \frac{d^2 \overrightarrow{OO'}}{dt^2} + x' \frac{d^2 \vec{i}'}{dt^2} + y' \frac{d^2 \vec{j}'}{dt^2} + z' \frac{d^2 \vec{k}'}{dt^2}$$

En partant de l'expression analytique, et en tenant compte les considérations adéquates du problème, montrer que l'accélération d'entraînement peut s'écrire :

$$\vec{a}_e = \frac{d^2 \overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \right) \wedge \overrightarrow{O'M} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M})$$

EXERCICE 1 : [T.R.E : 15-20 min]

Les coordonnées cartésiennes d'un mobile dans un repère orthonormé direct (Ox, Oy) sont :

$$x = A \cos(\omega t) \quad y = A \sin(\omega t) + B \quad \text{avec } (A = 10\text{cm } B = 15\text{cm})$$

- Déterminer l'équation de la trajectoire décrite par le mobile et donner son allure.
- Montrer que le mouvement du mobile est uniforme et calculer sa vitesse
- Calculer le module du vecteur accélération \vec{a} et déterminer ensuite les valeurs des composantes tangentielle \vec{a}_T et normale \vec{a}_N dans le repère de Frenet. On donne $\omega = 3.15 \text{ rad/s}$

EXERCICE 2 : [T.R.E : 12-17 min]

Soit la trajectoire définie par :

$$\vec{r} = 3 \cos 2t \vec{i} + 3 \sin 2t \vec{j} + (8t - 4) \vec{k}$$

- Calculer le vecteur vitesse et son module. En déduire l'expression du vecteur unitaire tangent \vec{t} à la trajectoire.
- Si \vec{r} est le vecteur position du mobile se déplaçant sur la trajectoire C au temps t , vérifier dans ce cas que :

$$\vec{v} = v \cdot \vec{t}$$

GOOD LUCK